COMBINACIONES Y PERMUTACIONES

¿Qué diferencia hay?

Normalmente usamos la palabra "combinación" descuidadamente, sin pensar en si el orden de las cosas es importante. En otras palabras:

"Mi ensalada de frutas es una combinación de manzanas, uvas y bananas": no importa en qué orden pusimos las frutas, podría ser "bananas, uvas y manzanas" o "uvas, manzanas y bananas", es la misma ensalada.

"La combinación de la cerradura es 472": ahora sí importa el orden. "724" no funcionaría, ni "247". Tiene que ser exactamente 4-7-2.

Así que en matemáticas usamos un lenguaje más preciso:

- ✓ **Si el orden no importa, es una combinación.**
- ✓ **Si el orden sí importa es una permutación.**

COMBINACIÓN

En matemática, se habla de **combinación** cuando se hace referencia a los subconjuntos conformados por una cantidad determinada de elementos de un conjunto finito analizado y que difieren en, al menos, un elemento.

$$\boldsymbol{Formula\ general} = {}_{\boldsymbol{n}}\boldsymbol{C}_{\boldsymbol{r}} = \frac{\boldsymbol{n}!}{\boldsymbol{r}!\,(\boldsymbol{n}-\boldsymbol{r})!}$$

Interpretación: La formula general se puede interpretar de la siguiente forma:

$$Formula\ general = {}_{n}C_{r} = \frac{número\ de\ resultados\ posibles}{número\ total\ de\ resultados\ posibles}$$

Ejemplo:

$${}_{3}\boldsymbol{C}_{2} = \frac{\boldsymbol{3}!}{\boldsymbol{2}!\,(\boldsymbol{3}-\boldsymbol{2})!} \rightarrow \quad {}_{3}\boldsymbol{C}_{2} = \frac{\boldsymbol{3}!}{\boldsymbol{2}!\,(\boldsymbol{1})!} \rightarrow \quad {}_{3}\boldsymbol{C}_{2} = \frac{\boldsymbol{6}}{\boldsymbol{2}*\boldsymbol{1}} \rightarrow \quad {}_{3}\boldsymbol{C}_{2} = \frac{\boldsymbol{6}}{\boldsymbol{2}} = \boldsymbol{3}$$

COMBINACIONES CON REPETICIÓN

Las combinaciones con repetición de **m** elementos tomados de **n en n (m ≥ n)**, son los distintos grupos formados por **n** elementos de manera que:

1. No entran todos los elementos.
2. No importa el orden.
3. Sí se repiten los elementos.

$$\boldsymbol{Combinación\ con\ repetición} = {}_{\boldsymbol{m}}\boldsymbol{CR}_{\boldsymbol{n}} = \frac{(\boldsymbol{m}+\boldsymbol{n}-\boldsymbol{1})!}{\boldsymbol{n}!\,(\boldsymbol{m}-\boldsymbol{1})!}$$

Ejemplo: En una bodega hay cinco tipos diferentes de botellas con bebida. ¿De cuántas formas se pueden elegir cuatro botellas?

1. No entran todos los elementos. Sólo elije 4.
2. No importa el orden. Da igual que elija 2 botellas de gaseosa y 2 de ron, que 2 de ron y 2 de gaseosa.
3. Sí se repiten los elementos. Puede elegir más de una botella del mismo tipo.

$${}_{m}CR_{r} = \frac{(m+n-1)!}{n!\,(m-1)!} \rightarrow \quad {}_{5}CR_{4} = \frac{(5+4-1)!}{4!\,(5-1)!} \rightarrow \quad {}_{5}CR_{4} = \frac{8!}{4!\,(4)!} \rightarrow \quad {}_{5}CR_{4} = \frac{40320}{(24)(24)} \rightarrow \quad {}_{5}CR_{4} = \frac{40320}{576} \rightarrow \quad {}_{5}CR_{4} = 70\ formas\ distintas$$

PERMUTACIÓN

Es una combinación de datos que se realiza en un orden estipulado.

Existen, dos tipos de permutaciones:

1. Con repetición: Permiten utilizar más de una vez un dato o número, por ejemplo: 222; número de tres cifras significativas que se representa con la repetición en tres veces el segundo número primo (333)).
2. Sin repetición (no se pueden alterar, repetir o alternar. Por ejemplo al realizar una carrera profesional (estudios), no pueden cursarse a la vez el primero y el segundo año, ni tampoco el segundo antes que el primero).

$$\boldsymbol{Formula\ general} = {}_{\boldsymbol{n}}\boldsymbol{P}_{\boldsymbol{r}} = \frac{\boldsymbol{n}!}{(\boldsymbol{n}-\boldsymbol{r})!}$$

Ejemplo: ${}_{5}\boldsymbol{P}_{2} = \frac{\boldsymbol{5!}}{\boldsymbol{(5-2)!}} \rightarrow \quad {}_{5}\boldsymbol{P}_{2} = \frac{\boldsymbol{120}}{\boldsymbol{(3)!}} \rightarrow \quad {}_{5}\boldsymbol{P}_{2} = \frac{\boldsymbol{120}}{\boldsymbol{6}} \rightarrow \quad {}_{5}\boldsymbol{P}_{2} = \boldsymbol{20}$

PERMUTACIÓN CON REPETICIÓN

Llamamos permutaciones con repetición de m elementos tomados de **a en a, de b en b, de c en c**, cuando en los **m** elementos existen elementos repetidos (**un elemento aparece a veces, otro b veces y otro c veces**) verificando que a + b + c = m. n = m

$$\boldsymbol{Permutación\ con\ repetición} = {}_{\boldsymbol{n}}\boldsymbol{P}_{\boldsymbol{r_1,r_2,\ldots r_k}} = \frac{\boldsymbol{n!}}{\boldsymbol{r_1!\,r_2!\ldots r_k!}}$$

Ejemplo: Obtenga todas las señales posibles que se pueden diseñar con seis banderines, dos de los cuales son rojos, tres son verdes y uno morado.

Solución:

- ✓ n = 6 banderinesn
- ✓ r_1 = 2 banderines rojos
- ✓ r_2 = 3 banderines verdes
- ✓ r_1 = 1 banderin morado

$${}_{6}\boldsymbol{P}_{2.3.1} = \frac{\boldsymbol{6!}}{\boldsymbol{2!.\,3!.\,1!}} \rightarrow \quad {}_{6}\boldsymbol{P}_{2.3.1} = \frac{\boldsymbol{720}}{\boldsymbol{2*6*1}} \rightarrow \quad {}_{6}\boldsymbol{P}_{2.3.1} = \frac{\boldsymbol{720}}{\boldsymbol{12}} \rightarrow \quad {}_{6}\boldsymbol{P}_{2.3.1}$$
$$= \boldsymbol{60\ señales\ diferentes}$$

PERMUTACIONES SIN REPETICIÓN

Las permutaciones sin repetición de **"m"** elementos se definen como las distintas formas de ordenar **todos** los elementos distintos **n = m**, por lo que la única diferencia entre ellas es el **orden de colocación** de sus elementos.

$$Formula\ general = P_n = n!$$

Ejemplo: Con las letras de la palabra **DISCO** ¿Cuántas palabras de 5 letras distintas se pueden formar? $\boldsymbol{P_5} = \boldsymbol{5!} \rightarrow \boldsymbol{P_5} = \boldsymbol{120\ palabras\ distintas}$